

**DA MATEMÁTICA NATIVA PRESENTE NO PENSAMENTO DAS
AUTORIDADES TRADICIONAIS DA TRIBU UMBUNDO COM RESPEITO A
FORMA DO ONDJANGO NO CUITO/BIE-ANGOLA PARA PROBLEMAS
ISOPERIMÉTRICOS DA GEOMETRIA PLANA**

*Of native mathematics in the thinking of the traditional authorities of the Tribu
Umbundo with respect to the form of Ondjango in Cuito / Bié-Angola for isoperimetric
problems of flat geometry*

CASSELLA, Ezequias Adolfo Domingas¹

Resumo

O presente artigo apresenta uma abordagem relativa ao descongelamento de uma matemática nativa e intuitiva presente no pensamento das autoridades tradicionais do município do Cuito cujo processo de interpretação matemática sugere uma atividade motivacional e significativa no ensino-aprendizagem da Geometria plana, baseada no contexto do aluno. O resultado matemático apresentado permite uma descolinização cultural conducente à um possível entendimento por parte do aluno de que a Matemática não é algo completamente estranho importada de fora de África. As ideias matemáticas extraídas na base de uma conversa informal com as autoridades tradicionais do município do Cuito podem contribuir para a otimização do Processo de Ensino-Aprendizagem na cadeira de Geometria Plana.

Abstract

This article presents an approach related to the thawing of native and intuitive mathematics frozen in the thinking of the traditional authorities of the municipality of Cuito whose mathematical interpretation process suggests a motivational and significant activity in the teaching-learning of flat geometry, based on the student's context. The mathematical result presented allows a cultural decolonization leading to a possible understanding on the part of the student that Mathematics is not something completely foreign imported from outside Africa. The mathematical ideas extracted from an informal conversation with the traditional authorities of the municipality of Cuito can contribute to the optimization of the Teaching-Learning Process in the subject of Flat Geometry.

Palavras-chave: *Geometria plana; Problema isoperimétrico; Ondjango.*

Key-words: *Plane geometry; Isoperimetric problem; Ondjango.*

Data de submissão: março de 2020 | **Data de publicação:** junho de 2020.

¹ EZEQUIAS ADOLFO DOMINGAS CASSELLA – Escola Superior Pedagógica do Bié, ANGOLA. E-mail: ezequiasadolfo@hotmail.com

INTRODUÇÃO

A Matemática é uma ciência dinâmica que desde sempre emergiu de um processo de construção humana, o que faz dela uma obra humana. Ela surgiu através da atividade produtiva do homem e vem sendo desenvolvida através das suas necessidades práticas. Desde muito cedo, ela deu fortes evidências da sua existência em qualquer atividade desenvolvida pelo homem, manifestou-se sempre de forma explícita ou implícita na forma de pensar do homem, influenciando a sua forma de ver o mundo. Penetrou em qualquer domínio do esforço científico e desempenhou um papel inestimável na Biologia, na Economia, na Sociologia, na Engenharia e nas várias áreas do conhecimento científico-técnico.

O pensamento matemático no homem, parece ser algo que desde sempre se manteve adormecido dentro de si, tendo despertado a partir do momento em que o homem estabeleceu contacto com a Natureza, este ponto de vista tem sido reforçado pela ideia pautada no argumento de Rogério S. Mol (2013, p.13), ao afirmar que “o ser humano possui habilidades naturais para pensar noções quantitativas rudimentares: muito e pouco, grande e pequeno, lento e rápido”. Este pensamento remete-nos à ideia que associa a origem da matemática com a origem humana. É dizer, a matemática aparece com o homem. Desde os primórdios das civilizações humanas que o homem deu conta de um mundo criado por Deus na base de uma linguagem matemática cuja forma planetária e a sua constituição são completamente cognoscíveis e dignas de matematização. Se quer promover com este artigo a ideia de que a matemática surge pela abstração desta realidade criada, e que há nexos entre o seu desenvolvimento e o desenvolvimento sociocultural da sociedade.

Esta ideia é reforçada por vários investigadores que conduziram estudos que visam divulgar a existência da matemática em determinadas culturas específicas, como é o caso de Rosa e Orey (2010, p. 869), ao afirmarem que “(...) A Matemática é um empreendimento cultural enraizado na tradição. Ela não foi concebida como uma linguagem universal, porque seus princípios, conceitos e fundamentos foram desenvolvidos de maneira diferenciada pelos membros de grupos culturais distintos”.

(...) Por isso a Escola e em particular as instituições de ensino superior devem ser capazes de contribuir para a formação integral dos cidadãos, pelo que é necessário que o processo de ensino-aprendizagem se relacione com o contexto sociocultural e produtivo do aluno, de tal forma que se possam levar discussões nas aulas relativas aos problemas da prática social (Cassela, 2020, p.2).

Em concordância com o descrito anterior, num artigo da Revista Online PRIMUS (2015), dois Professores da Universidade Estadual de San Diego Na Califórnia, defendem a integração da Arte no programa de uma disciplina de licenciatura de Fundamentos de Geometria. Nos seus argumentos sublinham que “uma das grandes ambições da Matemática é o visionamento de entidades e espaços intangíveis, mas que se podem expressar por símbolos e aproximações materiais”.

Neste sentido, as escolas devem primar por um Processo de Ensino-Aprendizagem que abre a mente do aluno, de tal forma que se possam elevar no mesmo as capacidades da criatividade, da independência e do raciocínio lógico com base a resolução de problemas da sua realidade, isto porque o aluno, o seu ambiente e a sua cultura não existem isoladamente. A aprendizagem da Matemática torna-se interessante quando corresponde às necessidades práticas que emergem da cultura do aluno, ou seja aquela construída a partir da ação do homem na satisfação das suas necessidades.

No contexto angolano, por exemplo é notória esta preocupação, uma vez que os programas de ensino-aprendizagem concebidos a partir da política educacional do estado, são definidos com base a determinadas tendências pedagógicas que exploram a criatividade cultural do aluno direcionadas no sentido de se elevar o grau motivacional para a sua aprendizagem partindo da visão da criação de um clima favorável entorno do estudo da Matemática, com a utilização de recursos disponíveis que fazem parte do contexto sociocultural do aluno. Além do mais, se considera o relativo desenvolvimento da autonomia na aprendizagem baseada na criatividade. Neste sentido se assinala que o aluno deve aprender a analisar os problemas, encontrar por si mesmo os meios para resolvê-los, cuja resolução não se converta na realização de exercícios rotineiros que não estimulam a iniciativa, independência e a criatividade.

Motivado por esta linha de pensamento, o autor procura desenvolver neste artigo uma abordagem inerente a matemática no pensamento de autoridades tradicionais da tribo umbundo com respeito a forma dos ondjango no Cuito-Bié/Angola, tendo como base um problema isoperimétrico estudado do ponto de vista da Geometria Plana. Face a esta descrição, apresenta-se, em seguida, um breve enquadramento significativo de problemas isoperimétricos na base da Geometria plana, seuindo-se do significado do ondjango na tribo umbundo e na sequência apresenta-se a metodologia terminando com a análise e resultado bem como as considerações finais.

1. PROBLEMAS ISOPERIMÉTRICOS COM BASE NA GEOMETRIA PLANA

Segundo Klaser e Telichevesky (2016, p. 1) “problema isoperimétrico no plano consiste em: dado um comprimento $L > 0$, encontrar, dentre todas as curvas do plano de comprimento L , aquele que engloba a maior área”.

Na perspectiva dessas autoras, trata-se de um problema muito antigo, mas que ainda tem sido o centro de atenções de vários matemáticos ao nível mundial. Na sequência as mesmas autoras afirmam que existem várias áreas ligadas a Matemática que dão espaço ao estudo de problemas isoperimétricos, são exemplos disso: a “Geometria Diferencial, Geometria Discreta e Convexa, Probabilidade, Teoria de Espaços de Banach, Equações Diferenciais Parciais, Teoria da Medida, etc.” (idem, 2016, p.1).

Embora as autoras referidas não tenham mencionado a Geometria Plana, conhecida como a área da Geometria que estuda as figuras geométricas planas, isto é, aqueles que não possuem volume, o foco desta abordagem dá espaço a resolução de um problema isoperimétrico buscando recurso a esta área da Geometria, dado que:

“(…) O Problema Isoperimétrico foi inicialmente formulado no plano Euclidiano provavelmente na Grécia Antiga, ou ainda antes. Segundo Blasjo (2005) sua primeira solução foi exibida quando Zenodorus demonstrou que a circunferência de comprimento L tem área maior do que qualquer polígono plano de comprimento L . (Klaser & Telichevesky, 2016, p.1).

Se quer com esta perspectiva buscar recurso a Geometria plana para a demonstração de um teorema relacionado a desigualdade isoperimétrica que diz que “*toda curva fechada de comprimento L cerca uma área menor ou igual a $\frac{L^2}{4\pi}$, e este valor só é atingido se a curva em questão for uma circunferência de raio $\frac{L}{2\pi}$.*” Este estudo é motivado pelo contexto através de uma estrutura com relevante valor cultural na tribo umbundu, denominada ondjango.

2. SIGNIFICADO DO ONDJANGO NA TRIBU UMBUNDO

O Ondjango é uma designação de origem umbundu (in Dicionário infopédia, 2003). Paulo Dias (2014), inspirado nos escritos de Martinho Kavaya (1980) afirma que:

(...) Onjango é um lugar sociocultural central na vida comunitária das sociedades angolanas tradicionais é, antes de tudo, casa de ekongelo (reunião). Trata-se de assembleia exclusiva masculina; o Onjango parece radicar nas antigas sociedades secretas de homens. As mulheres cujos maridos se reúnem no Onjango intervêm apenas preparando a comida a ser partilhada entre todos. Nesse espaço são discutidos diferentes assuntos da comunidade através do diálogo de igual para igual, mediado por olosekulu (anciãos), valendo-se essa conversa de diferentes formas de enunciação: palavra cântico, palavra música, palavra provérbio (Dias, 2014, p.345).

De realçar que face ao valor cultural do Onjango na comunidade umbundu, existe uma ideia isoperimétrica na escolha propositada da sua forma (circular) pelas autoridades tradicionais do Cuito-Bié.



Fig. 1 – Estrutura do Ondjango | **Fonte:** Própria.

3. METODOLOGIA

A metodologia usada inclui conversa informar com os sobas, suportes escritos, áudios, fotografias bem como a revisão bibliográfica dos referentes teóricos que sustentam os problemas isoperimétricos com base a Geometria plana e o significado do ondjango na tribu umbundu.

4. ANÁLISE E RESULTADO

Conversa informal com os sobas do Cuito relativamente a forma do Ondjango.



Fig. 2 – Autoridades tradicionais | Fonte: Própria.

O registo que se segue é a parte do diálogo que se teve com 4 sobas de zonas diferentes do Bairro Cambulucuto no município do Cuito. A conversa informal foi desenvolvida com base na língua umbundo. Foi feita uma única questão cujas respostas concorrem para um ponto comum.

Investigador: *Porquê que todos Ondjangos têm esta forma (**circular**) e não outra?*

Sobas: *Risos... "Momo oyo ya tandavala enene okuti vosi vasuamõ" o que significa que é a mais espaçosa (**tem maior área**) congregadora de um maior número de pessoas.*

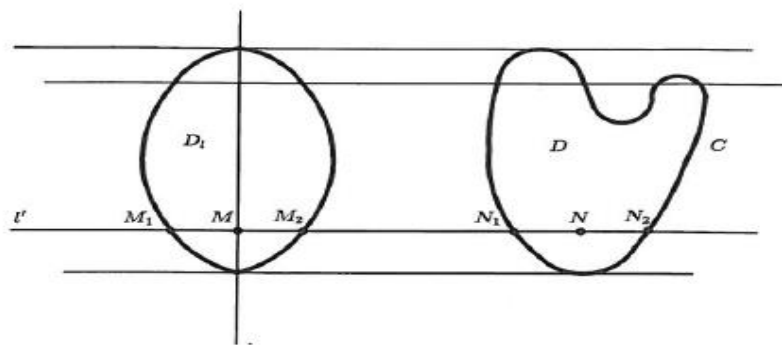
Interpretação matemática da conversa informal

A resposta dada pelos sobas está em conformidade com um problema muito antigo associado a seguinte questão: de entre as curvas de perímetro L qual é a que encerra maior área? A razão da discussão promovida em torno deste problema está ilustrada na lenda de Dido e da fundação da cidade de Cartago que aparece referida no cântico *I* da obra épica "Eneida", escrita pelo poeta romano Virgílio (70 a.c. a 19 a.c). Como foi referido, desde a antiguidade que se sabe que esta curva é a circunferência, no entanto, a demonstração rigorosa deste resultado é relativamente recente (apresentada pela primeira vez por H. A. Schwarz em 1890). Não é a demonstração de Schwarz que vamos apresentar, mas sim um método introduzido por J. Steiner e explicado em Urakawa (1990, pp.117-119),

chamado de simetrização. Efetivamente, este método é ainda hoje aplicado na resolução de muitos problemas variacionais. O argumento de Steiner (em traços gerias) reside no seguinte:

Seja D um domínio plano e C a curva que o encerra. Considera-se uma reta l . Pretendemos obter uma curva C_l , simétrica relativamente a l e com o mesmo perímetro de C . Esta curva C_l é obtida do seguinte modo: tomemos uma perpendicular l' a l ; seja M a interseção entre l e l' e considerem-se os pontos M_1 e M_2 , em l' , de tal modo que M seja o ponto médio do segmento $\overline{M_1M_2}$ e cujo comprimento é igual ao da interseção de l' com a curva C . Repetindo este processo para as várias retas perpendiculares a l e secantes à curva C obtemos o domínio plano D_l cuja curva que o encerra é a C_l , tal como se ilustra na seguinte figura.

Fig. 3 – Domínio plano D e D_l

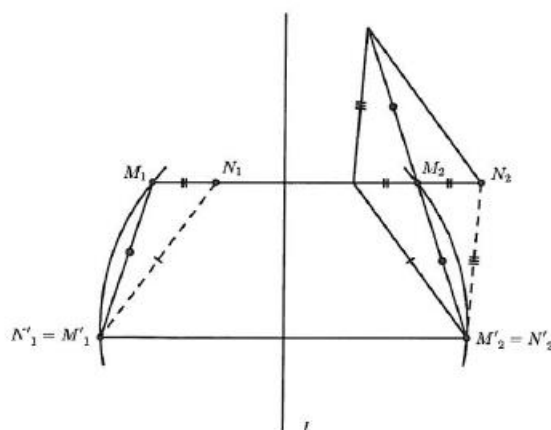


Fonte: Elaborado no Geogebra.

Pelo **princípio de Cavalieri**, que diz que: (...) " se duas porções planas são tais que toda reta secante a elas e paralela a uma reta dada determina nas duas porções segmentos de reta cuja razão é constante, então a razão entre as áreas dessas porções é a mesma constante" (Lula 2013, p.22)}, a curva C_l , encerra a mesma área que a curva C , mas o comprimento L_l da curva C_l é menor do que o comprimento L de C .

Demonstraremos em seguida que $L \geq L_l$. Consideremos os dois trapézios $N_1N'_1N'_2N_2$, ilustrados na figura abaixo.

Fig. 4 - Trapézios



Fonte: Elaborada no Geogébra

Na figura temos $|M_1M_2| = |N_1N_2|$ e $|M'_1M'_2| = |N'_1N'_2|$. Por simetria, temos também $|M_1M'_1| = |M_2M'_2|$. Aplicando a desigualdade triangular, resulta que

$$2|M_2M'_2| \leq |N_1N'_1| + |N_2N'_2|$$

Fazendo M'_1 e M'_2 "muito próximos" de M_1 e M_2 , respetivamente, e tomando a soma do comprimento de todos esses segmentos, (**método de exaustão**) obtemos $L \geq L_1$. Procedendo do mesmo modo relativamente ao domínio plano D_l e a curva C_l , tomando uma outra reta não paralela a l , vamos obter uma nova curva com um novo eixo de simetria. Se repetirmos recursivamente o processo, no limite, vamos obter uma curva com infinitos eixos de simetria, isto é uma circunferência com a mesma área da superfície original, mas com menor perímetro. Mais à frente mostraremos que isto é suficiente para concluir que, de entre todas as curvas com comprimento fixo, a circunferência é a que encerra maior área.

Partindo de uma curva C que encerra a área A e perímetro L . Aplicando sucessivamente o processo de simetrização em relação as diferentes retas $l_1, l_2, l_3, l_4, \dots, l_n$, obtemos curvas fechadas $C_1, C_2, C_3, \dots, C_n$, no limite vamos obter uma circunferência C_0 e todas as curvas limitam a mesma área, enquanto o perímetro diminuirá progressivamente.

$$\begin{cases} A = A_1 = A_2 = \dots = A(C_0) \\ L \geq L_1 \geq L_2 \geq \dots \geq L(C_0) \end{cases}$$

Consideremos uma circunferência de perímetro L e área A_c , a área da circunferência de perímetro L é obtida da seguinte forma:

sabendo que

$$L = 2\pi R \quad (1)$$

$$A_c = \pi R^2 \quad (2)$$

isolando o raio em (1) vem:

$$R = \frac{L}{2\pi}$$

substituindo em (2) temos:

$$A_c = \frac{L^2}{4\pi^2}$$

$$A_c = \frac{L^2}{4\pi}$$

$$\frac{L^2}{4\pi} \geq \frac{L_0}{4\pi} \Leftrightarrow A_c > A_0 = A$$

Assim a curva C limita uma área menor do que a circunferência com o mesmo perímetro L .

Logo dentre as curvas de perímetro L a circunferência é a que encerra maior área.

Assim fica demonstrada a ideia partilhada pelas autoridades tradicionais que a circunferência encerra maior área de entre as curvas de igual perímetro. De ressaltar que o enquadramento da ideia de perímetro fixo na construção do Ondjango, tem relação com problemas de otimização.

O método utilizado por J. Steiner na obtenção do resultado anteriormente apresentado, pode ser aplicado em outros problemas de contexto. Por exemplo, como obter área aproximada do território angolano por um processo de simetrização que compara o território angolano com polígonos com a mesma área e, no limite, com um circunferência?

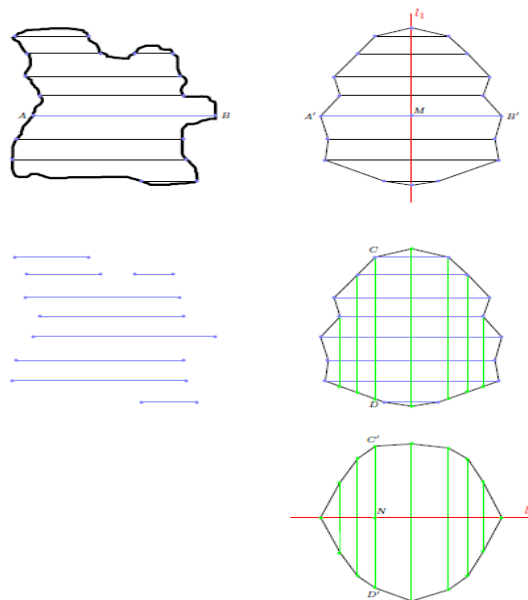
O mapa de Angola constitui a imagem bastante visualizada no seio dos alunos angolanos, entretanto a sua linha de fronteira lhes é muito familiar.

Fig. 5 – Mapa de Angola



Fonte: Internet².

Por se tratar de curvas fechadas, vamos obter a curva desejada sem olhar para a província de Cabinda. Com um número relativamente baixo de iterações deste processo podemos encontrar um minorante e um majorante do raio relativamente próximos um do outro. Podemos trabalhar por exemplo 4 eixos de simetria correspondentes à Rosa dos Ventos: *NS*, *EO*, *NoSo*, *NeSo*, cujo processo é ilustrado nas imagens que se seguem.



Fonte: Própria.

² Disponível em: http://www.angop.ao/angola/pt_pt/noticias/sociedade/2000/8/38/,07573950-2526-4a8b-9656-9d92bb5e9eb5.html

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

As ideias apresentadas neste artigo dão conta de uma matemática nativa e intuitiva congelada no pensamento das autoridades tradicionais do município do Cuito cujo processo de interpretação matemática sugere uma atividade motivacional e significativa no ensino-aprendizagem da Geometria plana, baseada no contexto do aluno. O resultado matemático apresentado permite uma descolinização cultural conducente à um possível entendimento por parte do aluno de que a Matemática não é algo completamente estranho importada de fora de África, pois através dele os alunos podem identificar outros problemas semelhantes nos seus contextos e resolvê-los utilizando o mesmo procedimento, como por exemplo, dado um polígono não convexo, sempre é possível encontrar um polígono convexo de mesmo perímetro e com área maior. A metodologia usada permitiu a eficácia dos procedimentos para a recolha da informação necessária nas autoridades tradicionais.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Cassela, E., A., D. (2020). A Matemática escondida na arte de enrolar e desenrolar lenços nas cabeças das mulheres angolanas. Um recurso didático para aprendizagem da função seno e da sua inversa. *European Review of Artistic Studies*, 11(1), 1-14. doi: 10.37334/eras.v11i1.218.
- Dias, P., (2014). O lugar da fala conversas entre o jongo brasileiro e o ondjango angolano. *Revista do Instituto de Estudos Brasileiros*, 59, 329-368. doi:10.11606/issn.2316-901X.v0i59p329-368
- Klaser, P., K., & Telichevesky (2016). O problema isoperimétrico. *IV Colóquio de Matemática da Região Sul - Rio Grande*. Brasil.
- Lula, K., P., (2013). *Aplicações do princípio de Cavalieri ao cálculo de volume e áreas*. (Master's Thesis). Universidade Federal de Goiás, Brasil.
- Rosa, M., & Orey, D. C., (2010). O campo de pesquisa em etnomodelagem: as abordagens êmica, ética e dialética. *Educação e Pesquisa*, 38(4), 865-879. doi: 10.1590/S1517-97022012000400006.

Rosa, M., (2010). *A mixed-methods study to understand the perceptions of high school leader about English Language Learners (ELL). The case of mathematcs.* (Thesis Doutorado). College of Education, California State University, Sacramento.

Santos, M., R. (2013). *Introdução à História da Matemática.* Belo Horizonte:UEPB.

Urakawa, H., (1990). *Calculus of Variations and Harmonic Maps, Translations of Mathematical Monographs.* Japan: Kawauchi Tohoku University, Sendai.